

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

«Математический анализ»

Направление подготовки:	01.03.02 "Прикладная математика и информатика"
Профиль:	"Прикладная информатика»
Квалификация (степень) выпускника:	бакалавр
Форма обучения:	очная

2021 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки **01.03.02 - "Прикладная математика и информатика"**.

Фонд оценочных средств составили:

_____ Н.Э. Клишпонт, доцент, к.ф. - м.н., доцент

Фонд оценочных средств рассмотрен на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

_____ С.В. Ермаков

« ____ » _____ 2021 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Математический анализ» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП Содержание компетенций*	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ПК-2	Способность понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время

самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в Приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 1 семестр			
1.	Элементы теории функций комплексного переменного.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/1
2.	Пределы последовательностей и функций.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/1 Коллоквиум
3	Дифференциальное исчисление.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа № 2/1
Промежуточный контроль, 1 семестр			
	зачет/экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Экзаменационный билет
Текущий контроль, 2 семестр			
1.	Интегральное исчисление (определенный и неопределенный интеграл)	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/2 ИДЗ «Интеграл»
2.	Функции нескольких переменных.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №2/2
3.	Числовые и функциональные ряды.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/2 ИДЗ «Ряды»
Промежуточный контроль, 2 семестр			
	зачет/экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК	Экзаменационный билет

		2(знать, уметь)	
Текущий контроль, 3 семестр			
1.	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №1/3
2.	Кратные интегралы	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №2/3 ИДЗ №1
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/3 ИДЗ №2
4.	Элементы векторного анализа.	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Контрольная работа №3/3 ИДЗ №2
Промежуточный контроль, 3 семестр			
	экзамен	ОПК-1, ОПК-3, ПК 2(знать, уметь)	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

1 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы	Оценочное средство	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	23	40
	Контрольная № 1/1	12	20
	Коллоквиум	11	20
	Контрольная точка № 2	12	20
	Контрольная № 2/1	12	20
Промежуточный	Зачет/Экзамен		
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

2 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	22	40
	Контрольная № 1/2	12	20
	Контрольная № 2/2	9	15
	ИДЗ «Интегралы»	1	5
	Контрольная точка № 2	13	20
	Контрольная № 2/2	12	15
	ИДЗ «Ряды»	1	5
Промежуточный	Зачет/Экзамен	25	40
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

3 семестр

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	24	40
	Контрольная работа №1	9	15
	Контрольная работа №2	12	20
	ИДЗ №1	3	5
	Контрольная точка № 2	11	20
	Контрольная работа №3	9	15
	ИДЗ №2	2	5
Промежуточный	Экзамен	25	40
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

Бонусы: поощрительные баллы студент получает к своему рейтингу в конце семестра за активную и регулярную работу на занятиях, за победы в студенческих олимпиадах по данной дисциплине. По Положению бонус (премиальные баллы) не может превышать **5 баллов**.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений практического использования знаний (например, применять теоретические знания в решении задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

(наименование кафедры)

Специальность: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Прикладная математика»

Дисциплина: «Математический анализ»

Билеты к экзамену по математическому анализу за 1 семестр.

Экзаменационный билет № 1

1. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.
2. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений
3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$
4. Задача. Разложить функцию $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням $(x+1)$.

Экзаменационный билет № 2

1. Понятие числовой последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
2. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
3. Задача. Найти y'_x, y''_{xx} , если $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}(t), \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$
4. Задача. Найти неопределённый интеграл $\int \ln(x^2 + 9) dx$.

Экзаменационный билет № 3

1. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.
2. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
3. Задача. Найти y'_x , если $\cos(x + y) = e^{x+y}$.
4. Задача. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

Экзаменационный билет № 4

1. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
2. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-4).
3. Задача. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{n^2 + 1} \cdot \operatorname{arctg} \frac{n}{n^2 + 1})$
4. Задача. Найти $y^{(5)}$, $y = (4x - 6)2^{-x}$.

Экзаменационный билет № 5

1. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".
2. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
3. Задача. При каком a функция $f(x)$ непрерывна?

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ ax^2 - 2, & x > 1 \end{cases}$$

Построить график.

4. Задача. Написать уравнение касательной к кривой $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$, параллельной прямой $L: 8x - y - 5 = 0$.

Экзаменационный билет № 6

1. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).
2. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} (x)^{\sin x}$.
4. Задача. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x dx}{\cos^2(5x)}$.

Экзаменационный билет № 7

1. Подпоследовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
2. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.
3. Задача. Определить порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$

$$\alpha(x) = \arcsin\left(x\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\right)$$
4. Задача. Найти угол между кривыми $y = x^2 - 4x + 4$ и $y = x^2$.

Экзаменационный билет № 8

1. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.
2. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$
4. Задача. Вычислить приближенно с помощью дифференциала

Экзаменационный билет № 9

1. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
2. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
3. Задача. Исследовать функцию на непрерывность, классифицировать точки разрыва

$$f(x) = \frac{\arctg(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$$

4. Задача. Найти y'_x, y''_{xx} , если
$$\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2}, \\ y = \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 10

1. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне.
2. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin(\pi x)}$.

4. Задача. Найти y'_x , если $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Экзаменационный билет № 11

1. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).
2. Производные высших порядков. Таблица n-ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически

3. Задача. Найти y'_x, y''_{xx} , если
$$\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t}, \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$$

4. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

Экзаменационный билет № 12

1. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.
2. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.

3. Задача. Найти предел
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7} - \sqrt[3]{27n^3+4}}{\sqrt[5]{n+1} - \sqrt[7]{n^7+2}}$$

4. Задача. Найти y'_x , если $x^3 y - y^2 = 6x$.

Экзаменационный билет № 13

1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.
2. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
3. Задача. Исследовать функцию на непрерывность, классифицировать точки разрыва

$$f(x) = \frac{1}{1 - 3^{\frac{x}{x-1}}}$$

4. Задача. Найти $y^{(25)}$, $y = \frac{x}{x+5}$.

Экзаменационный билет № 14

1. Первый замечательный предел и его следствия.
2. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

3. Задача. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{\ln x}{x}$.

4. Задача. Найти предел
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$$

Экзаменационный билет № 15

1. Второй замечательный предел и его следствия.
2. Правило Лопиталю. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталю.
3. Задача. Найти функцию $g(x) = Cx^n$ эквивалентную $f(x)$ при $x \rightarrow 0$
 $f(x) = \ln(1 + x + x^2)$
4. Задача. При каких значениях a кривая $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1$ будет выпуклой вниз на всей числовой оси?

Экзаменационный билет № 16

1. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
2. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям (с доказательством).
3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$
4. Задача. Найти y'_x , если $xy - \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = 0$.

Экзаменационный билет № 17

1. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции. О- и о- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
2. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
3. Задача. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctgx}} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$.
4. Задача. Найти неопределённый интеграл $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} dx$

Экзаменационный билет № 18

1. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
2. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба
3. Задача. Найти $y^{(10)}$, $y = \sin(5x+1) + \cos(2x)$
4. Задача. Найти точки разрыва, указать их тип для функции $f(x) = \frac{\frac{\pi}{2} - x}{\cos x} \cdot \operatorname{tg} x$.

Экзаменационный билет № 19

1. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
2. Теорема Лагранжа и её следствия (с доказательством). Формула конечных приращений Лагранжа.
3. Задача. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{1-n} = -2$ (по ε указать $N = N(\varepsilon)$).
4. Задача. Найти y'_x , если $x^4 + x^2 y^2 + y = 4$.

Экзаменационный билет № 20

1. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
2. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
3. Задача. Исследовать функцию на непрерывность и построить график

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ A, & x = 1 \end{cases}$$

При каком значении A функция $f(x)$ будет непрерывной?

4. Задача. Найти неопределенный интеграл $\int \sin \sqrt{x} dx$.

Экзаменационный билет № 21

1. Первый замечательный предел и его следствия.
2. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

3. Задача. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

4. Задача. Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n(n-1)})$

Экзаменационный билет № 22

1. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

2. Точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

3. Задача. Исследовать функцию на непрерывность, классифицировать точки разрыва

$$f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x^2 - 3x + 2} \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

4. Задача. Найти неопределенный интеграл $\int e^{-2x}(4x-3)dx$.

Экзаменационный билет № 23

1. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.
2. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
3. Задача. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{x^2}{x-1}$.

4. Задача. Найти y'_x, y''_{xx} , если
$$\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t}, \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 24

1. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
2. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям.
3. Задача. Исследовать функцию на непрерывность, классифицировать точки разрыва $f(x) = \frac{1}{1 - 3^{\frac{x}{x-1}}}$.
4. Задача. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\cos(31^\circ)$.

Экзаменационный билет № 25

1. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
2. Дифференциал n-ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
3. Задача. Исследовать на непрерывность, указать тип точек разрыва функции $f(x) = \text{sign}(\cos x)$.
4. Задача. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x) = \sin 2x$ в точке $x_0 = 1$.

Экзаменационный билет № 26

1. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
2. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

3. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{1-x}$

4. Найти y'_x, y''_{xx} , если $\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$

Билеты к экзамену по математическому анализу за 2 семестр.

Экзаменационный билет № 1

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Сумы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Функции многих переменных: предел функции в точке, предел по множеству. Непрерывность функции многих переменных в точке, свойства непрерывной функции.
3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = y^2 - 2y, x = 4 - y^2$.
4. Задача. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки М (1,1) до членов второго порядка включительно функцию $f(x, y, z) = \ln(xy + z^2)$.

Экзаменационный билет № 2

1. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.
2. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.
3. Задача. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$.
4. Задача. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$.

Экзаменационный билет № 3

1. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интегралов.
2. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.
3. Задача. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{36} = -1, z = 12$.
4. Задача. Найти экстремумы функции $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$.

Экзаменационный билет № 4

1. Теоремы о среднем.
2. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.
3. Задача. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$, $2x + y - 6 = 0$ вокруг оси Ox .

4. Задача. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n-1}\sqrt{n}}$.

Экзаменационный билет № 5

1. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.

3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 2(1 - \cos \varphi)$.

4. Задача. Найти экстремумы функции $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ ($x > 0, y > 0$).

Экзаменационный билет № 6

1. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.

2. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.

3. Задача. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$.

4. Задача. Разложить в ряд по степеням x функцию $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{1+3x^2}}$.

Экзаменационный билет № 7

1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

2. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признак Абеля и Дирихле.

3. Задача. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, z = y\sqrt{3}, z = 0 (z \geq 0).$$

4. Задача. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

Экзаменационный билет № 8

1. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадратуемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.
2. Знакопередающийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.
3. Задача. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = e^{-x} - 1$, $y = e^{-2x} + 1$, $x = 0$ вокруг оси Ox .
4. Задача. Найти экстремумы функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.

Экзаменационный билет № 9

1. Объем тела (клеточное тело, кубатуемое тело, мера). Объем цилиндрического тела, объем тела с заданными площадями сечений, объем тела вращения.
2. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
3. Задача. Вычислить длину дуги кривой $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
4. Задача. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию $f(x) = 1 - x$ на отрезке $[0, 2]$.

Экзаменационный билет № 10

1. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой). Площадь поверхности вращения (определение, теорема).
2. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность предельной функции и суммы ряда.
3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 6$, $x + y = 7$.
4. Задача. Найти экстремумы функции $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.

Экзаменационный билет № 11

1. Определенный интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.
3. Задача. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{9} = 1$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Задача. Найти экстремумы функции $z = x^2 + y^2 - 2 \ln x - 18 \ln y$ ($x > 0$, $y > 0$).

Экзаменационный билет № 12

1. Несобственные интегралы первого рода (определение, свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
2. Формула Тейлора для функции многих переменных.
3. Задача. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $y^2 = x + 4$, отсекаемой прямой $x = 2$ вокруг оси Ox .
4. Задача. Найти условный экстремум функции $z = 2x + y$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.

Экзаменационный билет № 13

1. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
2. Теорема о неявной функции. Система функций, заданных неявно (теорема). Якобиан и зависимость функций.
3. Задача. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos \frac{x}{4}$, $y = \arccos \frac{x}{2}$, $y = 0$ вокруг оси Oy .
4. Задача. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

Экзаменационный билет № 14

1. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций, признаки сходимости.
2. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
3. Задача. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + 9y^2$, $z = 3$.
4. Задача. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $e^z - z + xy = 3$ в точке $M(2, 1, 0)$.

Экзаменационный билет № 15

1. Пространство R^n , метрика. Сходящиеся последовательности, открытые и замкнутые множества, компакты.
2. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.
3. Задача. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\arctg x}}{1+x^2} dx$.
4. Задача. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln\left(\frac{n+1}{n-1}\right)$.

Экзаменационный билет № 16

1. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.
2. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций.
3. Задача. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $M(1,1)$ до членов второго порядка включительно функцию $f(x, y, z) = \ln(xy + z^2)$.
4. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 3\sqrt{\cos 3\varphi}$.

Экзаменационный билет № 17

1. Формула Тейлора для функции многих переменных.
2. Лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия.
3. Задача. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{1 - y^2}$, $y = \sqrt{\frac{3}{2}}x$, $y = 0$ вокруг оси Ox .
4. Задача. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+1)}.$$

Экзаменационный билет № 18

1. Дифференцируемость сложной функции. Дифференциал и инвариантность формы 1-го дифференциала. Касательная плоскость и нормаль. Производные по направлению.
2. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.
3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = \sqrt{3} \cos \varphi$, $r = \sin \varphi$ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$).
4. Задача. Разложить по формуле Тейлора в окрестности точки $M(1,1)$ до членов третьего порядка включительно функцию $f(x, y) = \frac{y}{x}$.

Экзаменационный билет № 19

1. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.
2. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.
3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 8 \cos^3 t$, $y = 8 \sin^3 t$ и $x = 1$ ($x \geq 1$).

4. Задача. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}$.

Экзаменационный билет № 20

1. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

2. Формула Даламбера для радиуса сходимости степенного ряда. Теорема о почленном дифференцировании и интегрировании степенного ряда. Аналитическая функция, единственность коэффициентов.

3. Задача. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 4(t - \sin t)$, $y = 4(1 - \cos t)$ и $y = 4(0 < x < 8\pi, y \geq 4)$.

4. Задача. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 5}$ в ряд Тейлора по степеням $(x - 3)$ и определить область сходимости полученного ряда.

Экзаменационный билет № 21

1. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).

2. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.

3. Задача. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x - 2}$.

4. Задача. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x) = \begin{cases} -3, & -\pi < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ с периодом $T=2\pi$.

Экзаменационный билет № 22

1. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.

2. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.

3. Задача. Исследовать на сходимость несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1 - \cos x}} dx$.

4. Задача. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^2} \sin^{3n} x$.

Билеты к экзамену по математическому анализу за 3 семестр.

Билеты к экзамену по векторному и тензорному анализу

Экзаменационный билет № 1

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теорема о непрерывной зависимости интеграла от параметра.

2. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0, \pi)$.

3. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$ по области D ,

заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 4$, $\frac{1}{4}y \leq x \leq y$.

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$$a = (x^2 + xy)i + (y^2 + yz)j + (z^2 + xz)k,$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 2

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши, признак Вейерштрасса. Непрерывность несобственных интегралов, зависящих от параметра.

2. Определить область сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax}}{1+x^2} dx$.

3. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1+2x^2) dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями

$$y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy} \text{ и } z = 0.$$

4. Найти поток векторного поля a через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

$$a = (27\pi - 1)xi + (34\pi y + 3)j + 20\pi zk, \quad P: 3x + \frac{y}{9} + z = 1.$$

Экзаменационный билет № 3

1. Эйлеровы интегралы. Свойства Гамма - и Бета - функций. Вычисление интеграла

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{p-1} x \cos^{q-1} x dx.$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию, равную -1 в интервале $(-\pi, 0)$ и 1 в интервале $(0, \pi)$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + 2x = 0$, $z = \frac{25}{4} - y^2$, $z = 0$.

4. Найти поток векторного поля a через поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1 и P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + xyzk, S : x^2 + y^2 = 9, P_1 : z = -5, P_2 : z = 5.$$

Экзаменационный билет № 4

1. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Свойство частичных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в интервале $(-\pi, \pi)$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} fdy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} fdy$.

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yi - xj + zk$, вдоль контура

$$\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9, \quad z > 0. \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 5

1. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36; x \geq 0; y \geq \frac{2}{3}x$.

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (3yz - x)i + (x^2 - y)j + (6z - 1)k, \quad S : \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 6

1. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов с помощью двукратного простого интегрирования. Замена переменных в двойном интеграле. Полярная система координат.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |x|$ в интервале $(-\pi, \pi)$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 9x, \quad x^2 + y^2 = 12x, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0, \quad y = 0 \quad (y \geq 0).$$

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16(z < 0). \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 7

1. Тройные интегралы. Свойства тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Сферическая и цилиндрическая системы координат.
2. Вычислить интеграл

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5}; V: \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

3. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$

4. Найти поток вектора $A(P) = yz \cdot i + xz \cdot j + xy \cdot k$ через боковую поверхность пирамиды с вершиной в точке $S(0,0,2)$, основанием которой служит треугольник с вершинами $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$.

Экзаменационный билет № 8

1. Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cdot \cos^4 x dx$.

3. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{(x+2y)dx + ydy}{(x+y)^2}$.

4. Вычислить интеграл $\iint_S z^2 dx dy$, где S - внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Экзаменационный билет № 9

1. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства.

2. Найти $F'(\alpha)$, если $F(\alpha) = \int_{\sin \alpha}^{\cos \alpha} e^{\alpha \sqrt{1-x^2}} dx$.

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (yz - 2x)i + (\sin x + y)j + (x - 2z)k, S: \begin{cases} x + 2y - 3z = 6, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$

4. Найти работу силы $F = (x+y)^2 i - (x^2 + y^2) j$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN . $M(1,1), N(-1,-1)$.

Экзаменационный билет № 10

1. Формула Грина. Вычисление площади.
2. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $x^2 + y^2 = R^2$, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$.
3. Найти работу поля $a = \frac{1}{y}i + \frac{1}{z}j + \frac{1}{x}k$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1,1,1)$ и $B(2,4,8)$.
4. Найти поток вектора $a = iyz + jxz + kxy$ а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$ ($0 \leq z \leq h$), б) через полную поверхность этого цилиндра.

Экзаменационный билет № 11

1. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства
2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36; x \geq 0; y \geq \frac{2}{3}x$.
3. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{(x + 2y)dx + ydy}{(x + y)^2}$.
4. Вычислить $\iint_S xzdydz + xydx dz + yzdx dy$, где S - внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$ и плоскостей $x = 0, y = 0, z = 0$ и $z = H$.

Экзаменационный билет № 12

1. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства, сведение к двойному интегралу.
2. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{dx - 3dy}{z} + \frac{3y - x + z^3}{z^2} dz$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$$x^2 + y^2 = 9x, x^2 + y^2 = 12x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \geq 0).$$
4. Найти поток вектора $a = x^2i + y^2j + z^2k$ через положительный октант сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x > 0, y > 0, z > 0$.

Экзаменационный билет № 13

1. Формула Остроградского.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 - 4x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = x/\sqrt{3}$ и $y = 0$.
3. Вычислить $\iint_S x^2 y^2 z dx dy$, где S - положительная сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

4. Найти работу поля $a = i \cdot e^{y-z} + je^{z-x} + ke^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0,0,0)$ и $M(1,3,5)$.

Экзаменационный билет № 14

1. Формула Стокса.

2. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{3}x.$$

3. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + z^3k, S : x^2 + y^2 = 4, P_1 : z = -1, P_2 : z = 1.$$

4. Вычислить с помощью формулы Стокса $\int_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$, где C – эллипс

$x^2 + y^2 = 1, x + z = 1$, пробегаемый против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Ox .

Экзаменационный билет № 15

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о дифференцировании и интегрировании интеграла по параметру.

2. Применяя дифференцирование по параметру, вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\arctg(a \cdot \operatorname{tg} x)}{\operatorname{tg} x} dx$

3. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \quad y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}.$$

4. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = (x^3 + xy^2)\vec{i} + (y^3 + x^2y)\vec{j} + z^2\vec{k},$$

$$S : x^2 + y^2 = 16, P_1 : z = -1, P_2 : z = 2.$$

Экзаменационный билет № 16

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о дифференцировании и интегрировании интеграла по параметру.

2. Разложить в ряд Фурье по синусам функцию $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ в интервале $(0, \pi)$.

3. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$ по области D ,

заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 4, \frac{1}{4}y \leq x \leq y$.

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$$a = (x^2 + xy)i + (y^2 + yz)j + (z^2 + xz)k,$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 17

1. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля. Производная по направлению. Поток векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cdot \cos^4 x dx$.

3. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{(x+2y)dx + ydy}{(x+y)^2}$.

4. Вычислить интеграл $\iint_S z^2 dx dy$, где S - внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ и $z \geq 0$.

Экзаменационный билет № 18

1. Соленоидальные и потенциальные векторные поля.

2. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $x^2 + y^2 = R^2$, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$.

3. Найти работу поля $a = \frac{1}{y}i + \frac{1}{z}j + \frac{1}{x}k$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1,1,1)$ и $B(2,4,8)$.

4. Найти поток вектора $a = iyz + jxz + kxy$ а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$ ($0 \leq z \leq h$), б) через полную поверхность этого цилиндра.

Экзаменационный билет № 19

1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши, признак Вейерштрасса. Непрерывность несобственных интегралов, зависящих от параметра.

2. Определить область сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax}}{1+x^2} dx$.

3. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1+2x^2) dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

4. Найти поток векторного поля a через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

$$a = (27\pi - 1)xi + (34\pi y + 3)j + 20\pi zk, \quad P: 3x + \frac{y}{9} + z = 1.$$

Экзаменационный билет № 20

1. Эйлеровы интегралы. Свойства Гамма - и Бета - функций. Вычисление интеграла

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{p-1} x \cos^{q-1} x dx.$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию, равную -1 в интервале $(-\pi, 0)$ и 1 в интервале $(0, \pi)$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + 2x = 0, z = \frac{25}{4} - y^2, z = 0$.

4. Найти поток векторного поля a через поверхности S , вырезаемую плоскостями

P_1 и P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + xyzk, S : x^2 + y^2 = 9, P_1 : z = -5, P_2 : z = 5.$$

Экзаменационный билет № 21

1. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Свойство частичных сумм рядов Фурье.

Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов.

2. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в интервале $(-\pi, \pi)$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} fdy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} fdy$.

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yi - xj + zk$, вдоль контура

$$\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9, \quad z > 0. \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 22

1. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.

2. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями $1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 36; x \geq 0; y \geq \frac{2}{3}x$.

4. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (3yz - x)i + (x^2 - y)j + (6z - 1)k, \quad S : \begin{cases} z^2 = 9(x^2 + y^2), \\ z = 3. \end{cases}$$

Экзаменационный билет № 23

1. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов с помощью двукратного простого интегрирования. Замена переменных в двойном интеграле. Полярная система координат.
2. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |x|$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 9x, \quad x^2 + y^2 = 12x, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0, \quad y = 0 \quad (y \geq 0).$$

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 16(z < 0). \end{cases}$$

Составитель _____ Н.Э.Клишпонт
(подпись)

« ____ » _____ 2021 г.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студенту предлагается ответить на один теоретический вопрос и решить три задачи. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении

	<p>задачи</p> <ul style="list-style-type: none"> - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	<p>Студент должен:</p> <p>ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу.</p> <ul style="list-style-type: none"> - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	<p>Студент демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Направление
подготовки

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль

Прикладная информатика

Дисциплина

Математический анализ

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ЗА 1 СЕМЕСТР

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Сравнение, операции, геометрическая интерпретация
2. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
3. Верхняя и нижняя грани числового множества. Точная грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней граней. Теорема об отделимости числовых множеств.
4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
5. Свойства пределов последовательностей (о "зажатой" последовательности, свойства, связанные с неравенствами и алгебраическими операциями).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Примеры.
7. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".
8. Принцип вложенных отрезков (теорема Кантора).
9. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.
11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
13. Свойства предела функции в точке (свойства, связанные с арифметическими операциями, локальные свойства).
14. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и теоремы о них. Примеры.
16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
19. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Порядок бесконечно малой функции.
o- и O- символика. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

20. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
21. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.
22. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
23. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Вейерштрасса 1, 2 о свойствах функции, непрерывной на отрезке.
24. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
25. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции. Примеры.
26. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
27. Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
28. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной функции.
29. Производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически и неявно. Таблица производных элементарных функций.
30. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.
31. Производные высших порядков. Таблица n -ых производных. Формула Лейбница. Производные высших порядков для функции, заданной параметрически.
32. Дифференциал n -ого порядка. Инвариантность 1-ого дифференциала и неинвариантность дифференциала порядка $n \geq 2$.
33. Локальный экстремум (определение) и теорема Ферма. Теорема Ролля о нулях производной.
34. Теорема Лагранжа и её следствия (с док-вом). Формула конечных приращений Лагранжа.
35. Теорема Коши о двух дифференцируемых функциях, обобщённая формула конечных приращений.
36. Правило Лопиталья. Примеры вычисления пределов с помощью правила Лопиталья.
37. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Примеры.
38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формулы Маклорена для простейших элементарных функций. Примеры.

39. Условия возрастания (убывания) дифференцируемой функции (теоремы 1-3).
40. Локальный экстремум (определение). Достаточное условие локального экстремума (теоремы 1-3).
41. Выпуклость вверх (вниз) графика функции. Достаточное условие выпуклости.
42. Точки перегиба. Необходимое условие наличия точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.
43. Асимптоты графика функции (вертикальные, наклонные). Теорема о наклонной асимптоте.
44. Первообразные и их свойства. Понятие неопределённого интеграла, подынтегральной функции, подынтегрального выражения. Свойства неопределённого интеграла (свойства 1-3).
45. Свойства неопределённого интеграла: замена переменной и интегрирование по частям .46. Формула интегрирования по частям, три типа примеров интегрирования по частям.
47. Таблица интегралов. Примеры вычисления простейших интегралов.
48. Алгебраические многочлены и разложение многочленов на множители. Разложение рациональной функции в сумму простейших.
49. Интегрирование рациональных функций. Методы нахождения неопределённых коэффициентов.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.
51. Интегрирование иррациональных выражений.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ЗА 2 СЕМЕСТР

1. Определённый интеграл Римана. Основные определения. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Условие интегрируемости.
2. Критерий интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Свойства интеграла, связанные с операциями над функциями.
3. Свойства интеграла, связанные с отрезками интегрирования и неравенствами. Оценки интервалов.
4. Теоремы о среднем.
5. Непрерывность и дифференцируемость интеграла по верхнему пределу.
6. Теорема (формула) Ньютона-Лейбница.
7. Теорема о замене переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям в определённом интеграле.
8. Площадь фигуры на плоскости (клеточные фигуры, квадратуемые фигуры, мера). Площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора, площадь фигуры с параметрически заданной границей.
9. Объём тела (клеточное тело, кубическое тело, мера). Объём цилиндрического тела, объём тела с заданными площадями сечений, объём тела вращения.
10. Длина кривой (определение спрямляемой кривой, длины кривой, теорема о длине, формулы длины для разных случаев задания кривой).

11. Площадь поверхности вращения (определение, теорема). Теорема Гульдена. Физические приложения определённых интегралов.
12. Несобственные интегралы первого рода (определение; свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
13. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
14. Условие сходимости несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций - признаки сходимости.
15. Признаки Дирихле и Абеля сходимости несобственных интегралов.
16. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определение, теорема).
17. Метрическое пространство (определение, сходящиеся и фундаментальные последовательности, открытые и замкнутые множества, компакт, пространство R^n).
18. Функции многих переменных. Предел функции в точке, предел по множеству, по направлению.
19. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте, на связном множестве.
20. Частные производные, дифференцируемость, дифференциал. Теоремы о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости функции многих переменных.
21. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Правила дифференцирования.
го дифференциала. Касательные плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент.
23. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
24. Дифференциалы высших порядков (определение, формы записи, неинвариантность 2-го и высших дифференциалов).
25. Формула Тейлора для функции многих переменных.
26. Теорема о неявной функции.
27. Дифференцируемое отображение. Якобиан и его свойства. Системы функций, заданных неявно - теорема. Якобиан и зависимость - независимость функций.
28. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума.
29. Достаточные условия экстремума функции многих переменных. Проверка экстремума для функции двух переменных.
30. Условный экстремум: прямой метод, метод Лагранжа.
31. Числовые ряды (понятие ряда, сходимость, частичная сумма, сумма). Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши.

32. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости: через частичные суммы, интегральный признак.
33. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения и его следствия.
34. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.
35. Знакопередающийся ряд. Признак сходимости Лейбница, следствие.
36. Абсолютная и условная сходимость ряда (определение, свойства абсолютно сходящихся рядов). Примеры исследования сходимости ряда. Признаки Абеля и Дирихле.
37. Функциональные последовательности и ряды: сходимость, равномерная сходимость, связь утверждений о функциональных последовательностях и рядах.
38. Критерий Коши равномерной сходимости, признак Вейерштрасса.
39. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов - непрерывность предельной функции и суммы ряда.
40. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: почленная дифференцируемость и интегрируемость.
41. Степенные ряды. Теорема Абеля, радиус сходимости, круг (интервал) сходимости, формула Коши-Адамара.
42. Формула Даламбера для радиуса сходимости степенного¹³. Несобственные интегралы второго рода (определение и свойства, включая интегрирование по частям и формулу Ньютона-Лейбница).
43. Ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для элементарных функций.
44. Ортогональная система функций. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье, формулы для коэффициентов. (Ряды Фурье для чётных и нечётных функций).
45. Признак Дини сходимости ряда Фурье и его следствия (лемма Римана, ядро Дирихле, формула Дирихле для частичных сумм).
46. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Простейшие условия равномерной сходимости ряда Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ЗА 3 СЕМЕСТР

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса.
3. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
4. Интегралы Эйлера (Гамма-функция и Бета-функция). Основные свойства.
5. Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов с помощью двукратного простого интегрирования. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

6. Определение и основные свойства тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Сведение тройного интеграла к повторному. Приложения тройного интеграла.
7. Криволинейные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства.
8. Криволинейные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства.
9. Формула Грина. Вычисление площади.
10. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
11. Поверхностные интегралы 1-ого рода. Вычисление, свойства,
12. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Вычисление, свойства,
13. Формула Остроградского.
14. Формула Стокса.
15. Основные операции теории поля и их свойства.

4.2. Коллоквиум

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Направление подготовки **01.03.02 "Прикладная математика и информатика"**

Профиль **Прикладная информатика**

Дисциплина **Математический анализ**

Комплект билетов коллоквиума.

Вариант № 1

1. Понятие комплексного числа. Различные формы записи. Арифметические операции над комплексными числами, возведение в степень и извлечение корня.
2. Порядок бесконечно малой $\alpha(x)$ относительно $(x - a)$ при $x \rightarrow a$ (опр.). Найти порядок б.м. $\alpha(x) = \ln(1 + x^3) - x^{10}$ при $x \rightarrow 0$.

3. При каких значениях a будет непрерывна функция $y(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} - 2, & x \neq 6 \\ a, & x = 6 \end{cases}$

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{1}{1-2^{1-x}}$

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$

Вариант № 2

1. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.

2. Бесконечно малые функции (определение, порядок бесконечно малой относительно $(x-a)$ при $x \rightarrow a$). Найти порядок б.м. $\alpha(x) = x + x^2 \cdot \sin x$ при $x \rightarrow 0$.

3. При каких значениях a будет непрерывна функция $y(x) = \begin{cases} \log_3 x + 7, & x \geq 3 \\ x^2 - a, & x < 3 \end{cases}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x-8)}{(x-8)(x-3)}$.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$.

Вариант № 3

1. Свойства пределов функций в точке: свойства, связанные с неравенствами. Правило замены переменной для пределов функций.

2. Определение предела последовательности. Пользуясь определением, доказать:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + 2n^2}{1 + n^2} = 2$ (по ε указать $N = N(\varepsilon)$).

3. При каких значениях a будет непрерывна функция $y(x) = \begin{cases} \sqrt{x^3 + 1}, & x > 2 \\ ax - 6, & x \leq 2 \end{cases}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{x+1}{3^{x+1} - 1}$.

5. Найти пределы 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$, 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

Вариант 4.

1. Второй замечательный предел и его следствия.

2. Используя определение предела функции в точке в терминах ε и δ , доказать:

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 10x - 6}{x - 3} = 14$ (по ε указать $\delta = \delta(\varepsilon)$).

3. При каких значениях a будет непрерывна функция $y(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ A, & x = 1 \end{cases}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = e^{-\frac{11}{4(x-4)}}$.
5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\lg x}$.

Вариант 5

1. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры.
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \arcsin 3x} - \sqrt[4]{1 + \operatorname{arctg} 2x}}{x}$
3. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \operatorname{sgn}(\sin x)$
4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{1}{1 - 2^{1-x}}$
5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$

Вариант 6

1. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x+1}{x-1} \right]^x$
3. Найти верхний и нижний пределы последовательности $x_n = \frac{(-1)^n}{n+1} + \frac{3 + (-1)^n}{4}$
4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x-8)}{(x-8)(x-3)}$.
5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$.

Вариант 7

1. Подпоследовательности и частичные пределы (предельные точки). Теорема Больцано - Вейерштрасса о выделении из ограниченной последовательности сходящейся подпоследовательности. Примеры.
2. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \operatorname{sgn}(\cos x)$
3. Пусть $x \rightarrow 0$. Определить порядок малости функции $y = 2x - 3x^3 + x^5$.
4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{x+1}{3^{x+1} - 1}$.
5. Найти пределы 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$, 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

Вариант 8

1. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.

2. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \frac{1}{\ln x}$.

3. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n}{1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^n}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = e^{-\frac{11}{4(x-4)}}$.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

Вариант 9

1. Теорема Вейерштрасса (о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции).

2. Пусть $x \rightarrow 0$. Определить порядок малости функции $y = 4x^2 - 3x^3 + x^5$.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 4} + 6 \cdot \sqrt[4]{n^8 + 2n}}{\sqrt{n^4 + n^3}}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x-8)}{(x-8)(x-3)}$.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$.

Вариант 10

1. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции.

Примеры.

2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$

3. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \frac{1}{\log_2(x-1)}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = e^{-\frac{11}{4(x-4)}}$.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

Вариант 11

1. Непрерывность функции в точке. Непрерывность тригонометрических функций.

2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{(1 - \sin x)^2}}$

3. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{1-2}}}$.

4. Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 4} + 6 \cdot \sqrt[4]{n^8 + 2n}}{\sqrt{n^4 + n^3}}$

5. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \sin \frac{1}{x}$.

6. Найти верхний и нижний пределы последовательности $x_n = \frac{(-1)^n}{n+1} + \frac{3+(-1)^n}{4}$

Вариант 12

1. Первый замечательный предел и его следствия.

2. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва функции $y = \frac{x-1}{x^2-1}$.

3. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+9+27+\dots+3^n}{1+5+25+125+\dots+5^n}$.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер: $y(x) = e^{-\frac{11}{4(x-4)}}$.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Коллоквиум сдан, если ответ оценен 12 баллов и выше (обязателен ответ на теоретический вопрос № 1)

в) описание шкалы оценивания:

Коллоквиум оценивается в 20 баллов: каждое из 5 заданий - по 4 балла.

Отлично (от 18 до 20 баллов)	Ответ оценивается на «отлично» при: правильном, полном и логично построенном ответе на все вопросы билета; студент обосновывает свои суждения, показывает умение применять теоретические знания для решения задач; умение привести собственные примеры, иллюстрирующие теоретические вопросы
Хорошо (от 14 до 17 баллов)	Ответ оценивается на «хорошо» при правильном и логично построенном ответе, но имеются негрубые ошибки либо при изложении теоретических вопросов (неточности в доказательстве или формулировке утверждения), либо при решении задач, но они исправляются самостоятельно при уточняющих или наводящих вопросах.

<p>Удовлетворительно но (от 11 до 13 баллов)</p>	<p>Ответ оценивается на «удовлетворительно» при: решении хотя бы одной задачи и обязательном ответе на теоретический вопрос (доказательство может быть не приведено, но все формулировки определений и утверждений обязательны), либо ответы на задания неполные с грубыми неточностями, не умеет применять теорию или обосновать суждение.</p>
<p>Неудовлетворительно (от 0 до 10 баллов)</p>	<p>Ответ оценивается как «Неудовлетворительно» при отсутствии решенных задач или ответов на вопросы теории, не выполнены требования для получения удовлетворительной оценки, продемонстрировано незнание и непонимание основных положений курса</p>

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Вопросы для коллоквиума

1. Рациональные числа, иррациональные числа, действительные числа. Свойства действительных чисел.
2. Комплексные числа. Геометрический смысл. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня. Формула Муавра.
3. Ограниченные множества. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
4. Понятие числовой последовательности. Монотонные и ограниченные последовательности. Определение предела последовательности, сходящейся последовательности. Примеры.
5. Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, ограниченность.

6. Предельный переход в неравенствах. Свойства сходящихся последовательностей, выраженные неравенствами. Примеры.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности и их свойства. Примеры. Арифметические действия с пределами.
8. Теорема о пределе монотонной и ограниченной последовательности. Число "e".
9. Подпоследовательности и частичные пределы (предельные точки). Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении из ограниченной последовательности сходящейся подпоследовательности. Примеры.
10. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности и утверждения о них. Примеры.
11. Определение фундаментальной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Понятие функции. График, область определения и область значений, четные, нечетные, ограниченные функции, алгебраические операции, сложные функции. Элементарные функции. Примеры.
13. Простейшие элементарные функции. Их графики.
14. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
15. Свойства предела функции в точке, связанные с арифметическими операциями. Свойства предела, связанные с неравенствами, в том числе сохранение знака и ограниченность функции, имеющей конечный предел.
16. Правило замены переменной для пределов функций.
17. Первый замечательный предел и его следствия.
18. Второй замечательный предел и его следствия.
19. Критерий Коши существования предела функции. Теорема о пределе монотонной функции.
20. Сравнение функций. Эквивалентные функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Примеры. Порядок бесконечно малой функции. O - и o - символика.
21. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
22. Непрерывность функции в точке (различные формулы записи определения: по Коши и Гейне, с помощью приращений), непрерывность слева и справа. Локальные свойства непрерывной функции.
23. Свойства непрерывных в точке функций, связанные с арифметическими операциями. Непрерывность сложной функции.

24. Точки разрыва (определение, классификация точек разрыва). Примеры.
25. Непрерывность функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса 1 (об ограниченности непрерывной на отрезке функции).
26. Теорема Вейерштрасса 2 (о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функцией).
27. Теоремы Коши о нулях и промежуточных значениях непрерывной функции.
Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
28. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции.
Примеры.
29. Понятие производной функции в точке, необходимое условие существования производной.
Односторонние производные, бесконечные производные. Примеры. Геометрический смысл производной.
30. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями.
31. Производные основных элементарных функций.
32. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции, теорема о связи дифференцируемости и производной в точке, геометрический смысл дифференциала.

4.3. Рейтинговая контрольная работа №1/1

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 1/1

Вариант 1

1. Построить график функции $f(x) = 1 - \sqrt[3]{4-x}$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(3-2i)}{(\sqrt{3}+i)(1+i\sqrt{3})} + 5i - 7$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt{\sqrt{3}-3i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+9} + \sqrt[3]{8n^3-1}}{\sqrt[6]{n^6+4}}$ (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}$ (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{8+x} - \sqrt[3]{8-x}}$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}^2(x+1)}{\cos \pi x + \cos 2\pi x}$ (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(-1)^n \cos n}{n^2} + \frac{n^3 - 2}{n^3 + 4} \right)$ (3 балла).

Вариант 2.

1. Построить график функции $f(x) = \log_{\frac{2}{3}}(1-x) + 2$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(2+i)^2}{-1+i} + 3 - 4i$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-1-i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^4+7} - \sqrt{n^2+3n+1}}{\sqrt{4n^4+2} + \sqrt[4]{n^3+3}}$ (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^3 + 8}$ (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x + 3} - \sqrt{x^2 + 2x - 1} \right)$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos 2x}$ (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n + (-3)^n}{3^{n-1} + 7^{n+1}}$ (3 балла).

Вариант 3.

1. Построить график функции $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(1+i)^3}{(4-i)^2}$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[4]{-81}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{7n^9+1} - \sqrt{n^4+3}}{\sqrt{n^6+2+n}}$ (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 + 3x^2 + 5x + 3}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \sqrt[3]{27 - n^3} \right)$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{\sin 4x - \sin 2x}$ (3балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + (n+1)\sin n}{\sqrt{9n^4 + 5}}$ (3балла).

Вариант 4.

1. Построить график функции $f(x) = -1 + \sqrt{9x - 18}$ (2балла).
2. Вычислить $\frac{1 - 4i}{(-2 - i)^3} + \frac{8 + 6i}{125}$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt[4]{-2 + 2\sqrt{3}i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt{4x^2 - 1}}{x + 7}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+1})$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 8x^3} - 1}{x \ln(\cos 4x)}$ (3балла).
8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{\sqrt[5]{n^{12} + 1} + \sin n}$ (3балла).

Вариант 5.

1. Построить график функции $f(x) = 2 \arcsin(x + 1) + 1$ (2балла).
2. Вычислить $\frac{-2 + 3i}{1 + 4i} + \frac{1 + 4i}{4 - i}$ (2 балла).
3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-3 + 3i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).
4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} + \sqrt[3]{x^3 + 1}}{\sqrt[5]{x^5 + 3}}$ (2 балла).
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - 4x^2 - 3x - 1}{x^2 + 3x + 2}$ (3 балла).
6. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 8n} - \sqrt{n^2 + 3n} \right)$ (2 балла).
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(4 - 3x^2)}{\sin 2\pi x}$ (3балла).

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\arctg \left(\frac{1}{x-3} \right) \cdot (x-3)^2 + 4x \right)$ (3 балла).

Вариант 6.

1. Построить график функции $f(x) = \log_4(x+3) - 2$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(5-i)(1+3i)}{1-2i} + \frac{12i}{5}$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-8}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла).

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[4]{n^3+2} + \sqrt[3]{n^3+8}}$ (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8+n^3} - n)$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{\log_4(4+x^2) - 1}$ (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(2 + \cos n)(-1)^n}{\sqrt{n^4 + 5}} \right)$ (3 балла).

Вариант 7

1. Построить график функции $f(x) = 2 \arctg(x+1) - \pi$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{2-3i}{(1+2i)^3} + (3-i)^2$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-1 + \sqrt{3}i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$$

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$. (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}$. (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}$. (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{3 \cos 2x + \sin \frac{1}{x} \cdot (e^{2x} - 1)}$ (3 балла).

Вариант 8.

1. Построить график функции $f(x) = 2 \arccos(3x) - \frac{\pi}{2}$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(1-7i)(5+2i)}{(3-4i)^2} + 1 + 5i$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{-2+2i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{11n+1} + \sqrt{n^2-1}}{4\sqrt{n^6+2} + \sqrt[3]{n}}$ (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$. (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x}}$. (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x) - 1}$. (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1} + \sqrt[3]{5n - 2}}{3n + \cos n}$ (3 балла).

Вариант 9.

1. Построить график функции $f(x) = \sqrt[3]{8x-4} - 1$ (2 балла).

2. Вычислить $\frac{(4+i)^2(1+2i)}{2+3i}$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}i}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7+5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7+5} + \sqrt{n-5}}$. (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$. (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 7x + 6} - x)$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}$. (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\log_5 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x} \right)$ (3 балла).

Вариант 10.

1. Построить график функции $f(x) = -1 + 2 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$ (2 балла).

2. Вычислить $4 + 5i - \frac{(2-i)^2}{(1-i)(3+i)}$ (2 балла).

3. Вычислить все значения корня $\sqrt[4]{-64}$ и изобразить их на комплексной плоскости (3 балла)

4. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}$. (2 балла).

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$. (3 балла).

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 7x - \cos 4x}{\sin^2 3x}$ (2 балла).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{3^{\sqrt{2+x+x^2}} - 9}$. (3 балла).

8. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n^2 + 2) \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$ (3 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 5 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: в варианте указана стоимость каждой задачи в баллах.

4.4. Рейтинговая контрольная работа №2/1

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 2/1

Вариант 1.

1. Найти производную y'_x

$$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases} \cdot (2 \text{ балла}).$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке x_0

$$y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt{x}}{3}, \quad x_0 = 1 \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, \quad x = 1.58. \quad (3 \text{ балла}).$$

4. Найти производную $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$. (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции $y = \sin^2 x$ при $x_0 = 0$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья или формулы Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$ (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график $y = e^{-x^2}$ (3 балла).

Вариант 2.

1. Найти производную y'_x

$$\begin{cases} x = t\sqrt{t^2+1} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1+t^2}}{t} \end{cases} \cdot (2 \text{ балла}).$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке x_0

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}, \quad x_0 = 4 \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1.97. \quad (3 \text{ балла}).$$

4. Найти производную $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$. (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции $y = \frac{x}{x-1}$ при $x_0 = 2$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья или формулы Тейлора $\left(\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) \right)$ (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{1}{1+x^2}$ (3 балла).

Вариант 3.

1. Найти производную y'_x

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases} . (2 \text{ балла})$$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке x_0

$$y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1 . (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала $y = \sqrt[3]{3x + \cos x}$, $x = 0.01$. (3 балла).

4. Найти производную $y = x^{\sin x^3}$. (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции $y = \sqrt{x^3 + 1}$ при $x_0 = 2$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла)..

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x} . (3 \text{ балла}).$$

7. Провести полное исследование функции и построить график $y = (3 - x)e^{x-2}$ (3 балла).

Вариант 4.

1. Найти производную $y'_x \begin{cases} x = \ln(1-t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2} \end{cases} . (2 \text{ балла}).$

2. Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке x_0

$$y = 2x + \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1 . (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить с помощью дифференциала $y = \sqrt[5]{x^2}$, $x = 1.03$. (3 балла).

4. Найти производную $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$. (3 балла).

5. Найти формулу Тейлора для функции $y = \operatorname{arctg}^2 x$ при $x_0 = 1$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла)..

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$. (3 балла).

7. Провести полное исследование функции и построить график $y = \ln\left(\frac{x}{x-3}\right) - 1$. (3 балла).

Вариант 5.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = (t+1)/\sqrt{t^2 - 1} \end{cases} (2 \text{ балла}).$

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой x_0 $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$, $x_0 = 1$. (3 балла).

3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала. $y = \sqrt[3]{x^2}$, $x = 1,03$

4. Вычислить производную $y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}$

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \cos^2 x$ при $x_0 = 0$ до членов n -го порядка включительно (3 балла)..

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$. (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = e^{x+2}(x+1)$ (3 балла).

Вариант 6

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2} \\ y = \sqrt{t-1} \end{cases}$ (2 балла).

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, x_0 = 64$. (3 балла).

3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала. $y = x^{11}, x = 1,021$ (3 балла).

4. Вычислить производную $y = (\cos(x+1))^{\ln x}$ (3 балла).

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ при $x_0 = 0$ до членов n -го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя или формулы Тейлора

$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\frac{\pi}{2}x}$ (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ (3 балла).

Вариант 7.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t) \\ y = 3(\cos t + t \sin t) \end{cases}$ (2 балла).

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой x_0 $y = \frac{x^6 + 1}{x^4 + 1}, x_0 = 1$ (3 балла).

3. Вычислить производную $y = (\cos(x+5))^{\arcsin 3x}$ (3 балла).

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала. $y = x^{21}, x = 0,998$ (3 балла).

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \arccos 2x$ в точке $x_0 = 0$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$ (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}$. (3 балла).

Вариант 8.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = 2t/(1+t^3) \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}$ (2 балла).

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой x_0 .

$$y = -2(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}), x_0 = 1 \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить производную $y = (\operatorname{ctg}(3x - 2))^{\arcsin 3x}$ (3 балла).

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$, $x = 1,97$. (3 балла).

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \sin^2 x$ в точке $x_0 = 1$ до членов n -го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}$ (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{e^{x-1}}{x-1}$ (3 балла).

Вариант 9.

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ (2 балла).

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), x_0 = 1$. (3 балла).

3. Вычислить производную $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$ (3 балла).

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $y = 1/\sqrt{x}$, $x = 4,16$. (3 балла).

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$ до членов n -го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\sin 2x}$ (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = 1 - \ln\left(\frac{x}{x-2}\right)$ (3 балла).

Вариант 10

1. Вычислить производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = 2t/(1+t^3) \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}$ (2 балла).

2. Составить уравнение нормали и касательной в точке с абсциссой x_0 .

$$y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, x_0 = 4 \quad (3 \text{ балла}).$$

3. Вычислить производную $y = (\operatorname{ctg}(3x - 5))^{\arcsin 3x}$ (3 балла).

4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$, $x = 1,97$. (3 балла).

5. Написать формулу Тейлора для функции $y = \arcsin 2x$ в точке $x_0 = 0,25$ до членов 2-го порядка включительно (3 балла).

6. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(x-1))$ (3 балла).

7. Построить график функции с полным исследованием $y = \frac{4-x^3}{x^2}$ (3 балла).

б) критерии оценивания компетенций (результатов): контрольная считается выполненной, если правильно решены 5 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 2/1 оценивается в 20 баллов: первая задача – 2 балла, а остальные шесть задач – по 3 балла.

4.5. Рейтинговая контрольная работа №1/2

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 1/2

Вариант 1.

Найти интегралы: 1. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} dx$ (2 балла); 2. $\int_2^9 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ (2 балла);

3. $\int \frac{(x^3+2)dx}{(x^3-x^2)}$ (3 балла); 4. $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$ (2 балла); 5. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$ (2 балла).

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 2$ и осью Ox (3 балла);

7. Найти длину дуги кривой: $y = chx + 5, 0 \leq x \leq 1$ (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$, $y = 0$, $x = 1$ (3 балла)

Вариант 2.

Найти интегралы: 1. $\int x \sin^2 x dx$ (2 балла); 2. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (2 балла);

3. $\int \frac{(x+2)dx}{(x^3-1)}$ (3 балла); 4. $\int \frac{dx}{\cos x}$ (2 балла). 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ (2 балла).

6. Вычислить площадь фигур, ограниченных кривыми: $\rho = 3 \cos \varphi$, $\rho = 5 \cos \varphi$ (3 балла).

7. Найти длину дуги кривой: $y = 3 + \ln \sin x$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq \pi$) (3 балла).

Вариант 3.

Найти интегралы: 1. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$ (2 балла); 2. $\int_0^2 \frac{x dx}{x^4 + 4}$ (2 балла);

3. $\int \frac{(x^4+1)dx}{(x^3+x^2)}$ (3 балла); 4. $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$ (2 балла); 5. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ (2 балла).

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 2$ (3 балла).

7. Найти длину дуги кривой: $y = \ln \cos x$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ (3 балла).

8. Вычислить объём тела, образованного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y^2 = x$ (3 балла)

Вариант 4.

Найдите интегралы

1 $\int x \arctg x \cdot dx$ (2 балла); .2. $\int \frac{2 \arccos x + 3}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (2 балла); 3. $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)}$ (3 балла);

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$ (2 балла); 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x-x^2}}$ (2 балла).

$$y = (x+1)^2,$$

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin \pi x$, ($0 < y < 1$). (3 балла).

$$y = 0$$

7. Найдите длину дуги кривой $r = a(1 + \cos \varphi)$ (3 балла).

8. Найдите объём тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении линии $x^2 + (y-b)^2 = a^2$ ($0 < a \leq b$) вокруг оси Ox (3 балла)

Вариант 5.

Найти интегралы:

1. $\int x \ln x \cdot dx$ (2 балла); .2. $\int \frac{x dx}{\sqrt[4]{1+4x^2}}$ (2 балла). 3. $\int x \sqrt{2-5x} dx$ (2 балла).

.4. $\int \frac{x^{10}}{x^2+x-2} dx$ (2 балла). 5. $\int_0^3 \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$ (3 балла)
7. Найдите длину дуги кривой $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t$ (3 балла)
8. Найдите объем тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении линии $y = 2 \cos \frac{\pi x}{2}$ ($|x| \leq 1$) вокруг оси Oх (3 балла)

Вариант 6.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{x}{\sin^2 x} \cdot dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{(3x-2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$ (2 балла). 3. $\int \frac{1}{\sin x - \cos x} dx$ (2 балла).

4. $\int \frac{(x^2+2)}{(x+1)^2(x-1)} dx$ (2 балла). 5. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, y = 0, x = 1$ (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой $x = 2(\cos t + t \sin t), y = 2(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 1, x = 2$ (3 балла)

Вариант 7.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}} \cdot dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{2 + \ln(3x-1)}{3x-1} dx$ (2 балла). 3. $\int \frac{1}{\sin x} dx$ (2 балла).

4. $\int \frac{2x+3}{(x-2)^3} dx$ (2 балла). 5. $\int_0^4 \frac{x}{2 + \sqrt{2x+1}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линией $r = 3 \cos 3\varphi$ (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$ (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями $y = e^{2-x}, y = 0, x = 0, x = 2$ (3 балла)

Вариант 8.

Найти интегралы:

1. $\int \arctg \sqrt{5x-1} \cdot dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$ (2 балла). 3. $\int \frac{1}{3 + \cos x} dx$ (2 балла).

4. $\int \frac{x^4}{(x^2-1)(x+2)} dx$ (2 балла). 5. $\int_1^{64} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arccos 2x, y = 0, x = 0$ (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой $r = 5(1 - \sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$ (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = xe^{2x}$, $y = 0$, $x = 1$ (3 балла)

Вариант 9.

Найти интегралы:

1. $\int \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) \cdot dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{x^4}{\sqrt{16-x^{10}}} dx$ (2 балла). 3. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + \cos x)(3 + \cos x)}$
(2 балла). 4. $\int \frac{5x^3 - 8}{x^3 - 4x} dx$ (2 балла). 5. $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $2y = -x^2 + 4x + 4$, $x + 2y - 4 = 0$ (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой $y^2 = \frac{4}{9}(2-x)^3$ от $x_1 = -1$ до $x_2 = 2$ (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 3$, $y = 1 - x^2$, $x = 0$, $x = 1$ (3 балла)

Вариант 10.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{\arctg x}{x} \cdot dx$ (2 балла); 2. $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$ (2 балла). 3. $\int \frac{1}{5-4\sin x} dx$ (2 балла).
4. $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+2x} dx$ (2 балла). 5. $\int_2^6 \frac{1}{\sqrt[3]{(2-x)^2}} dx$ (2 балла).

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 4\cos^3 t$, $y = 4\sin^3 t$ (3 балла)

7. Найдите длину дуги кривой $y = \frac{1}{3}(x+1)\sqrt{x+1}$, $0 \leq x \leq 1$ (3 балла)

8. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$ (3 балла)

б) критерии оценивания компетенций (результатов): контрольная считается выполненной, если правильно решены 6 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1/2 “Интегралы” оценивается в 20 баллов: задачи 1, 2, 4 и 5 оцениваются по 2 балла, а остальные задачи – по 3 балла.

4.6. Рейтинговая контрольная работа №2/2

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 2/2

Вариант 1.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y+1}\right)$.
2. (2 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $x + y^2 z = 5$ в точке $(1, 2, 1)$.
3. (2 балла) Найти производную функции $f(x, y, z) = y^2 + e^{x-y} + e^{z-2x}$ в точке $(1, 1, 2)$ по направлению $\vec{v} = (1, -2, 2)$.
4. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = 3x - 2xy + y^2 - 2x - 2y$.
5. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} - 3 \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.
6. (2 балла) Найти экстремум функции $xy^2 z^3$ при условии $x + 2y + 3z = 0$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).
7. (2 балла) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $xz - e^{\frac{z}{y}} + x^3 + y^3 = 0$.

Вариант 2.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \sin\left(\frac{x}{y} + y^2\right)$.
2. (2 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $x^3 + y^2 + z = 7$ в точке $(1, 2, 2)$.
3. (2 балла) Найти производную функции $f(x, y, z) = \sin(x + y) + e^{x+y}$ в точке $(0, 0, 0)$ по направлению $\nu = (-1, 1, 1)$.
4. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4 \ln x - 10 \ln y$.
5. (2 балла) Найти экстремум функции $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $x + y - 3 = 0$.
6. (2 балла) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $x + y + z = e^z$.
7. (2 балла) Функцию $y^2 + x^3 - x^2 y + x + 2y - 4$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки $(1, 1)$.

Вариант 3.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y} - 1\right)$.

2. (2 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xy^3 + z^2 = 9$ в точке $(1, 2, 2)$.
3. (2 балла) Найти дифференциал второго порядка от функции $u = \sin(x + y + z)$.
4. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ и исследовать их характер.
5. (2 балла) Найти экстремум функции $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ при условии $x + 2y - 3 = 0$.
6. (2 балла) Функцию $y^2 + x^3 - x^2y + x + 2y - 4$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки $(1, 1)$.
7. (2 балла) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z^3 - 4xz + y^3 - 4x^2 + y = 1$.

Вариант 4.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \cos\left(\frac{x}{y^2} - y\right)$.
2. (2 балла) Для данной поверхности написать уравнение касательной плоскости в точке $(2, 3, 6)$: $4 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = x + y + z$.
3. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ и исследовать их характер.
4. (2 балла) Найти экстремум функции $2x + y - 2z^2$ при условии $x^2 + 2y^2 + z^2 = 36$.
5. (2 балла) Найти пять первых членов разложения функции $z = \ln(1 - x)\ln(1 - y)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $(0, 0)$.
6. (2 балла) Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $x + y + z = e^z$.
7. (2 балла) Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно, вычислить приближенно $\sqrt{3.01^2 + 4.02^2}$.

Вариант 5.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{ctg}\left(\frac{x^3}{y-1}\right)$.
2. (2 балла) Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ в точке $(1, 1, \pi/4)$.
3. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ и исследовать их характер.
4. (2 балла). Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2$ при условии $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
5. (2 балла) Найти пять первых членов разложения функции $z = e^{-x} \ln(1 - y)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $(0, 0)$.
6. (2 балла). Найти дифференциал dz функции, заданной неявно: $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$.

7. (2 балла) Найти производную функции $z = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 4$ в точке $M(1,1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $(2,0)$.

Вариант 6.

1. (1 балла). Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \sin\left(e^{\frac{x}{y}}\right)$.

2. (2 балла). Найти точки экстремума функции $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$ и исследовать их характер.

3. (2 балла). Найти экстремум функции $u = x - 2y + 2z$ при условии $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

4. (2 балла). Найти частные производные первого порядка функции $z(x, y)$, заданной неявно: $z^3 + 3xyz = 10$.

5. (2 балла). Функцию $x^2 - y^3 + 2x^2y + 3x - 2y - 1$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки $(1, -1)$.

6. (2 балла). Найти полный дифференциал d^2u , если $u = x^3 + y^3 - 3xy(x + y)$.

7. (2 балла). Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно $1.002 \cdot 2.003^2 \cdot 3.004^3$.

Вариант 7.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{tg}\left(e^{\frac{1}{xy}}\right)$.

2. (2 балла) Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

3. (2 балла) Найти точки условного экстремума функции $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

4. (2 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции $z(x, y)$, заданной неявно: $xyz = 3x + 2y + z$.

5. (2 балла) Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $(z^2 - x^2)xyz - y^5 = 5$ в точке $(1, 1, 2)$.

6. (2 балла) Функцию $x^3 + y^3 - x^2y + x + y - 4$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки $(1, -1)$.

7. (2 балла). Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$ в точке $(1, 2, -1)$.

Вариант 8.

1. (1 балла) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \sin\left(e^{\frac{1}{y-x}}\right)$.

2. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ и исследовать их характер.

3. (2 балла) Исследовать функцию $u = x + y + z$ на экстремум при условии $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$.

4. (2 балла) Функцию $x^2 + y^3 - x^2y + x + y - 1$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,2).
5. (2 балла) Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно, вычислить приближенно $1.04^{4.04}$.
6. (2 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции $z(x, y)$, заданной неявно: $xuz = x - 3y + 4z$.
7. (2 балла) Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \arctg \frac{y}{x}$ в точке (2,2,π/4).

Вариант 9.

1. (1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \cos(\frac{x}{y} - y^3)$.
2. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ и исследовать их характер.
3. (2 балла) Найти производную $\frac{dy}{dx}$ от неявной функции $x^y = y^x$.
4. (2 балла) Найти дифференциал dz функции $z(x, y)$, заданной неявно:
 $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$
5. (2 балла) Найти экстремум функции $z = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.
6. (2 балла) Функцию $y^2 + x^3 - x^2y - 3x + 2y - 4$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (-1,2).
7. (2 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 - y^2 + 2z = 6$ в точке (1,1,1).

Вариант 10.

- 1.(1 балл) Найти частную производную $\frac{\partial^2 f}{\partial xy}$ для функции $f(x, y) = \operatorname{tg}(\frac{x}{y^2} - 1)$.
2. (2 балла) Найти точки экстремума функции $z = xy + x^2 + y^2 + x - y + 1$ и исследовать их характер.
3. (2 балла) Исследовать функцию $z = 3x + 4y$ на экстремум при условии $x^2 + y^2 = 1$.
4. (2 балла) Найти частные производные первого и второго порядков для функции $z(x, y)$, заданной неявно: $xuz = 3x - y - z$.
5. (2 балла) Функцию $x^2 + y^3 - x^2y + 3x - 2y - 1$ разложить по формуле Тейлора с нулевым остаточным членом в окрестности точки (1,2).
6. (2 балла) Найти производную функции $z = x^3 + 4x^2y + 2xy$ в точке M(3,1) в направлении, идущем от этой точки к точке (6,5).
7. (2 балла) Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 + y^2 + z = 7$ в точке (1,2,2).

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены 5 задач (получено 11 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 2/2 “Функции нескольких переменных” оценивается в 15 баллов: задача 1 оценивается в 1 балл, а остальные задачи – по 2 балла.

4.7. Рейтинговая контрольная работа №3/2

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 3/2

Вариант 1.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt{n+1}}$.
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$.
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n (n+1)!}$.
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)5^n} (x-3)^n$.
6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\ln(1-x-6x^2)$.
7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$.

Вариант 2.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^5+1}}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+4} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$.
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n} (x-2)^n$.
6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x$.
7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}$.

Вариант 3.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n\sqrt{n^2+1}}$.
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+5}{n^2+1}\right)$.
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n!)^2}$.
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$.
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+8} (x-5)^n$.
6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\frac{9}{20-x-x^2}$.
7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

Вариант 4.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n+5}{2n^7+3n^5+10}$.
2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n+1}\right)\right)$.
3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$.
4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{2n+3}}$.
5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n$.
6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $(3+e^{-x})^2$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+4)x^{n-1}$.

Вариант 5.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3n+7}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n-1}}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n(n+3)}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} (x+5)^n$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $(x-1) \sin 5x$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

Вариант 6.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - \sin n}{n - \ln n}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^5}{(2n+1)^n}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n^4 - n^2 + 1}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n} (x-2)^{2n}$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x : $\frac{7}{12-x-x^2}$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}$.

Вариант 7.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n^2}{n(n+1)(n+2)}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n (n+2)!}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^3}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt{2n+3}}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\frac{5}{6-x-x^2}$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} (n+4)x^{n-2}$.

Вариант 8.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{n^3}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3^n + 1)(2n)!}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3} \right)^{n^2}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n-1)2^n} (x+3)^n$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\ln(1-x-12x^2)$

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+3)x^{n-1}$.

Вариант 9.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^3 + 5}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + 1} (x-2)^n$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $\frac{5}{6+x-x^2}$.

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}$.

Вариант 10.

1. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$.

2. (2 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$.

3. (3 балла). Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \arctg^n \frac{\pi}{3n}$.

4. (2 балла). Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

5. (2 балла). Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3)7^{n+1}} (x-5)^n$.

6. (2 балла). Разложить в ряд Тейлора по степеням x $x: \frac{\sin 3x}{x} - 2x$

7. (2 балла). Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+3)x^{n-1}$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная считается выполненной, если правильно решены 6 задач (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная 3/2 “Ряды” оценивается в 15 баллов. Задача 3 оценивается в 3 балла, остальное – в 2 балла.

4.8. Рейтинговая контрольная работа № 1/3 «Интегралы, зависящие от параметра»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 1/3

Вариант 1

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto \frac{1}{a^2 + x^2}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f : x \mapsto \operatorname{sgn}(\cos x)$$

3. Вычислить интегралы

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 \alpha x}{x^4} dx.$$

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\ln(1 - \alpha^2 x^2)}{\sqrt{1 - x^2}} dx, \quad |\alpha| \leq 1. \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^m dx}{(a + bx^n)^p}, \quad a > 0, b > 0, n > 0.$$

Вариант 2

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto \frac{x}{a^2 + x^2}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f : x \mapsto \arcsin(\cos x)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1 + x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1 - \cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 3

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto \begin{cases} \sin x, & \text{если } |x| \leq \pi, \\ 0, & \text{если } |x| > \pi. \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = e^{\alpha x} \quad \text{в интервале } (-h, h)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\ln(\alpha^2 + x^2)}{\beta^2 + x^2} dx \quad I = \int_0^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{1 + x^4} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^2)}{x} dx.$$

Вариант 4

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto e^{-\alpha|x|}, \quad \alpha > 0$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = x \cos x \quad \text{в интервале } \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(p, q) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} - x^{q-1}}{(1+x) \ln x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sin \alpha x \sin^2 x}{x^3} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 5

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto e^{-\alpha|x|} \sin \beta x, \quad \alpha > 0.$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = x \sin x \quad \text{в интервале } (-\pi, \pi).$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1+x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 6

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto \frac{x}{a^2 + x^2}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f : x \mapsto \arcsin(\cos x)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1+x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 7

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto \begin{cases} \sin x, & \text{если } |x| \leq \pi, \\ 0, & \text{если } |x| > \pi. \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = e^{\alpha x} \quad \text{в интервале } (-h, h)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1+x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 8

Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto e^{-\alpha|x|}, \quad \alpha > 0$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = x \cos x \quad \text{в интервале } \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1+x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 9

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f : x \mapsto e^{-\alpha|x|} \sin \beta x, \quad \alpha > 0.$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = x \sin x \quad \text{в интервале } (-\pi, \pi).$$

3. Вычислить интегралы

$$I(\alpha) = \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}} dx \quad I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} \ln x}{1+x} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}(1-\cos \alpha x)}{x} dx$$

Вариант 10

1. Представить интегралом Фурье функцию

$$f: x \mapsto e^{-x^2}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \pi^2 - x^2 \quad \text{в интервале } (-\pi, \pi)$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^4 \alpha x}{x^4} dx.$$

3. Вычислить интегралы

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^m dx}{(a + bx^n)^p}, \quad a > 0, b > 0, n > 0.$$

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\ln(1 - \alpha^2 x^2)}{\sqrt{1 - x^2}} dx, \quad |\alpha| \leq 1.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 9 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 15 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 3 балла.

4.9. Рейтинговая контрольная работа № 2/3 «Кратные интегралы»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Комплект заданий для контрольной работы 2/3

Вариант 1

1. Вычислить интеграл $\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1$,
 $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D \frac{1}{(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8})^2} dx dy dz$ по области D, ограниченной поверхностями $x = 0, y = 0, z = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = x/\sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x$.

4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$ по области D, заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 2, y \leq x \leq xy^2$

5. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной кривыми $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}, x=0, y=0$.

Вариант 2

1. Вычислить интеграл $\iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1, y = -x^2, y = \sqrt{x}$.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D 15(x^2 + z^2) dx dy dz$ по области D, ограниченной поверхностями $x = 0, y = 0, z = 0, z = x + y$ и $x + y = 1$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, y = x/\sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x$.

4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x^2 dx dy$ по области D, заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 3, xy \leq x/y \leq 3$

5. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной кривыми $ay = x^2, x + y = 2a$.

Вариант 3

1. Вычислить интеграл $\iint_D (36x^2 y^2 - 96x^3 y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1, x = y^3, y = -x^3$.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + 2x^2) dx dy dz$ по области D, ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 - 4x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0, y = x/\sqrt{3}$ и $y = 0$.

4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$ по области D, заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 3, y \leq 2x \leq 4y$.

5. Найти объем тела, ограниченного поверхностью $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2 - z^2)$

Вариант 4

1. Вычислить интеграл $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1$, $y = x^3$, $x = -y^3$.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (3x + 4y) dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями $x = y$, $y = 0$, $x = 1$, $z = 5(x^2 + y^2)$ и $z = 0$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x$.
4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$ по области D , заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 4$, $\frac{1}{4}y \leq x \leq y$.
5. Пользуясь подходящей заменой переменных, вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2})^2 + \frac{z^4}{c^4} = 1$.

Вариант 5

1. Вычислить интеграл $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1$, $y = x^2$, $x = -y^3$, $x > 0$.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D y dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями $y = 15x$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $z = xy$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 - 4x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = x\sqrt{3}$ и $x = 0$.
4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$ по области D , заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 3$, $xy \leq x/y \leq 3$.
5. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $x + y = a$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Вариант 6

1. Вычислить интеграл $\iint_D (28x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$, где D – область, ограниченная кривыми $x=1$, $y = -x^2$, $x = y^3$, $x > 0$.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (27 + 54y^3) dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями $x = y$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $z = \sqrt{xy}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x$.

4. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$ по области D , заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 3$, $y \leq 2x \leq 4y$.

5. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной кривыми $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x=0$, $y=0$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 12 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 4 балла.

4.10. Рейтинговая контрольная работа № 3/3 «Векторный анализ»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить $\int_L (x + y) ds$, где L - четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x = y$, лежащая в первом октанте.
2. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{dx - 3dy}{z} + \frac{3y - x + z^3}{z^2} dz$.
3. Вычислить $\iiint_S x^2 y^2 z dx dy$, где S - положительная сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
4. Найти работу поля $a = i \cdot e^{y-z} + j e^{z-x} + k e^{x-y}$ вдоль прямолинейного отрезка между точками $O(0,0,0)$ и $M(1,3,5)$.
5. Найти поток вектора $A(P) = yz \cdot i + xz \cdot j + xy \cdot k$ через боковую поверхность пирамиды с вершиной в точке $S(0,0,2)$, основанием которой служит треугольник с вершинами $O(0,0,0)$, $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$.

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить $\int_L (x - y) ds$, где L - окружность $x^2 + y^2 = ax$.
2. Вычислить при помощи криволинейного интеграла площадь фигуры, ограниченной линией $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.
3. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{(x + 2y)dx + ydy}{(x + y)^2}$.
4. Вычислить интеграл $\iint_S z^2 dx dy$, где S - внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
5. Найти циркуляцию вектора $a = \text{grad}(\arctg \frac{y}{x})$ вдоль контура C в двух случаях: а) C - окружность $x^2 + y^2 = 1$; б) C - окружность $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить $\int_L x\sqrt{x^2 - y^2} ds$, где L - линия, заданная уравнением $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, $(x \geq 0)$ (половина лемнискаты).
2. Вычислить $\int_L y^2 dx + z^2 dy + x^2 dz$, где L - линия пересечения сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ и цилиндра $x^2 + y^2 = Rx$ ($R > 0, z \geq 0$), обходимая при интегрировании против часовой стрелки, если смотреть из начала координат.
3. Вычислить интеграл $\iint_S \frac{dS}{(x^2 + y^2 + z^2)}$, где S - цилиндр $x^2 + y^2 = R^2$, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$.
4. Найти работу поля $a = \frac{1}{y}i + \frac{1}{z}j + \frac{1}{x}k$ вдоль прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1, 1, 1)$ и $B(2, 4, 8)$.
5. Найти поток вектора $a = iyz + jxz + kxy$ а) через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$ ($0 \leq z \leq h$), б) через полную поверхность этого цилиндра.

ВАРИАНТ 4

1. Найти координаты центра тяжести первого полувитка винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, считая плотность постоянной.
2. Найти функцию по данному полному дифференциалу $du = \left[\frac{x - 2y}{(y - x)^2} + x \right] dx + \left[\frac{y}{(y - x)^2} - y^2 \right] dy$.
3. Вычислить $\iint_S xz dy dz + yz dx dz + yz dx dy$, где S - внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$ и плоскостей $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ и $z = H$.
4. Вычислить с помощью формулы Стокса $\int_C (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$, где C - эллипс $x^2 + y^2 = a^2$, $\frac{x}{a} + \frac{y}{h} = 1$, пробегаемый против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Ox .

5. Найти поток вектора $a = x^2i + y^2j + z^2k$ через положительный октант сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$.

ВАРИАНТ 5

1. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq 0, \quad y \geq 0, y \geq x.$$

2. Найти поток векторного поля a через поверхность S , вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = (x + xy^2)i + (y - yx^2)j + (z - 3)k, \quad S : x^2 + y^2 = 9z^2 (z \geq 0), P : z = 1.$$

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = yi + y^2j + yzk, \quad S : \begin{cases} z = x^2 + y^2, z = 1, \\ x = 0, y = 0, \\ (\text{октант}). \end{cases}$$

4. Найти работу силы $F = (x + y)^2i - (x^2 + y^2)j$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN . $M(1,0), N(0,1)$.

5. Найти циркуляцию векторного поля $a = yi - xj + zk$, вдоль контура

$$\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 6

1. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z, \quad 0 \leq y \leq -x.$$

2. Найти поток векторного поля a через поверхность S , вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = (x + xz)i + yj + (z - x^2)k, \quad S : x^2 + y^2 + z^2 = 4(z \geq 0), \quad P : z = 0.$$

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = \left(\cos z + \frac{x}{4}\right)i + \left(e^x + \frac{y}{4}\right)j + \left(\frac{z}{4} - 1\right)k, \quad S : x^2 + y^2 + z^2 = 2z + 3.$$

4. Найти циркуляцию векторного поля $a = x^2i + yzj + 2zk$ вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ z = 4. \end{cases}$$

5. Найти работу силы $F = x^2\vec{i} + y^2\vec{j}$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN . $M(2,0), N(0,2)$.

ВАРИАНТ 7

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 7x, x^2 + y^2 = 10x, z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 0, y = 0 (y \leq 0).$$

2. Найти поток векторного поля a через поверхность S , вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$a = xi + yj + (z - 2)k, S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), P: z = 2.$$

3. Найти поток векторного поля a через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$a = (y^2 + z^2 + 6x)i + (e^x - 2y + x)j + (x + y - z)k, S: \begin{cases} z^2 = x^2 + y^2, \\ z = 1, z = 3. \end{cases}$$

4. Найти работу силы $F = (x - y)i + yj$ вдоль прямолинейного отрезка MN , $M(-5,0), N(0,1)$.

5. Найти циркуляцию векторного поля $a = yi - xj + 2zk$ вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4} = 0, \\ z = 2. \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 9 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 15 баллами: каждое из пяти заданий оценивается в 3 балла.

Критерии и шкала оценивания контрольных работ по дисциплине

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 17 до 20 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 13 до 16 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 10 до 12 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 9 баллов	Сумма баллов решенных задач

4.11. Индивидуальное домашнее задание № 1/2 «Интегралы»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Индивидуальное домашнее задание (интегралы)

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.**

Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «Интегралы». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное **индивидуальное задание «Интегралы»** оценивается в 5 баллов.

4.12. Индивидуальное домашнее задание № 2/2 «Ряды»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Индивидуальное домашнее задание (Ряды)

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.** Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «**Ряды**». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное задание ИДЗ «**Ряды**» оценивается в 5 баллов.

Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену. Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.

4.13. Индивидуальное домашнее задание № 1/3 «Кратные интегралы»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Индивидуальное домашнее задание (кратные интегралы)

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.** Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «**кратные интегралы**». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:

Выполненное задание ИДЗ «кратные интегралы» оценивается в 5 баллов.

Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену. Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.

4.13. Индивидуальное домашнее задание № 2/3 «Векторный анализ»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики

Индивидуальное домашнее задание (Векторный анализ)

а) Задания студенты получают из сборника **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.** Каждый студент должен выполнить свой вариант заданий №1-12 из раздела «Векторный анализ». Номер варианта определяется по номеру студента в списке группы.

б) Критерии оценивания компетенций (результатов):
Индивидуальное домашнее задание считается выполненным, если студент предоставил решения всех 12 заданий, умеет объяснить, как решены эти задачи, а также готов продемонстрировать решение аналогичной задачи из другого варианта.

в) Описание шкалы оценивания:
Выполненное задание ИДЗ «Векторный анализ» оценивается в 5 баллов. Выполненные индивидуальные задания – необходимое условие допуска к экзамену. Защита индивидуального задания является формой интерактивной работы студента с преподавателем, она обеспечивает обратную связь, способствует формированию компетенций и активизации самостоятельной работы студента.

Критерии и шкала оценивания индивидуальных домашних заданий по математическому анализу

Оценка	Критерии оценки
Отлично 5 баллов	Студент решил все задачи из ИДЗ, умеет объяснять решение каждой задачи и воспроизводит решение аналогичных задач.

Хорошо 3-4 балла	Студент решил все задачи из ИДЗ, умеет объяснять решение каждой задачи и воспроизводит решение аналогичных задач. Имеются неточности в решениях. Допустимы ошибки, не влияющие на ход решения.
Удовлетворительно 1-2 балла	Студент решил все задачи из ИДЗ, испытывает затруднения при объяснении решений задач. С трудом воспроизводит решение аналогичных задач.
Неудовлетворительно 0 баллов	Студент решил не все задачи из ИДЗ, не может объяснить решения задач. Не может решить аналогичные задачи.